ALPEN-ADRIA
UNIVERSITÄT
KLAGENFURT

Projekt „Standardisierte schriftliche Reifeprüfung in Mathematik“

Institut für Didaktik der Mathematik
AUSTRIAN EDUCATIONAL COMPETENCE CENTRE

Testheft

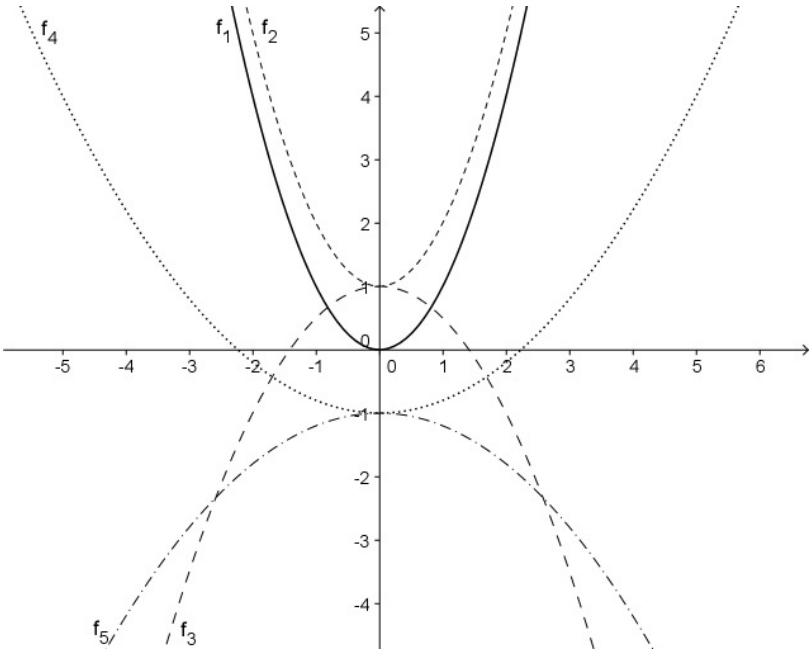
B_2

Schüler(in) – Nachname: ……

Vorname: ……

B211 Quadratische Funktionen

Im folgenden Koordinatensystem sehen Sie fünf Graphen von quadratischen Funktionen.
Dabei ist f_1: $x \rightarrow x^2$.



Aufgabenstellung:

Ordnen Sie den unten angeführten Funktionstermen die jeweils zutreffende Funktion zu!

☐ $x \rightarrow \frac{1}{5} \cdot x^2 - 1$ ☐ $x \rightarrow x^2 + 1$ ☐ $x \rightarrow -\frac{1}{2} \cdot x^2 + 1$ ☐ $x \rightarrow -\frac{1}{5} \cdot x^2 - 1$

B212 Lagerhaltung

In einem Lagerhaltungsprogramm werden 125 Produkte verwaltet.
Für die Programmierung werden die folgenden Vektoren verwendet:

A („Anfangsbestandsvektor“): Anzahlen der zu Wochenbeginn je Artikel vorhandenen Waren

L_1, L_2, … L_6 („Liefervektoren“): Anzahlen der am Montag, Dienstag, … Samstag je Artikel in das Lager angelieferten Waren

E_1, E_2, … E_6 („Entnahmevektoren“): Anzahlen der am Montag, Dienstag, … Samstag je Artikel aus dem Lager entnommenen Waren

S („Schlussbestandsvektor“): Anzahlen der zu Wochenende je Artikel vorhandenen Waren

Aufgabenstellungen:

Vom Programm wird der Vektor S aus den übrigen Vektoren berechnet. Wie müsste die zutreffende Formel aussehen?

S = …….

Der Vektor E wird durch die Formel $E = E_1 + E_2 + E_3 + E_4 + E_5 + E_6$ berechnet.

Was gibt der Vektor E an?

……..…….

B213 Gleichungen lösen

Gegeben sind die Gleichungen $x^n = b$ und $a^x = b$

Aufgabenstellung:

Formen Sie jede der beiden gegebenen Gleichungen nach x um!

Gleichung	**Umformung**
$x^n = b$	$x =$
$a^x = b$	$x =$

B214 Quadratische Pyramide

Stellen Sie sich eine gerade quadratische Pyramide vor:
Das Basisquadrat ABCD liegt in der xy-Ebene und hat die Seitenlänge 6; der Eckpunkt A liegt im Koordinatenursprung.
Die Spitze S der Pyramide liegt senkrecht über dem Mittelpunkts M des Basisquadrats; die Höhe der Pyramide beträgt 10.

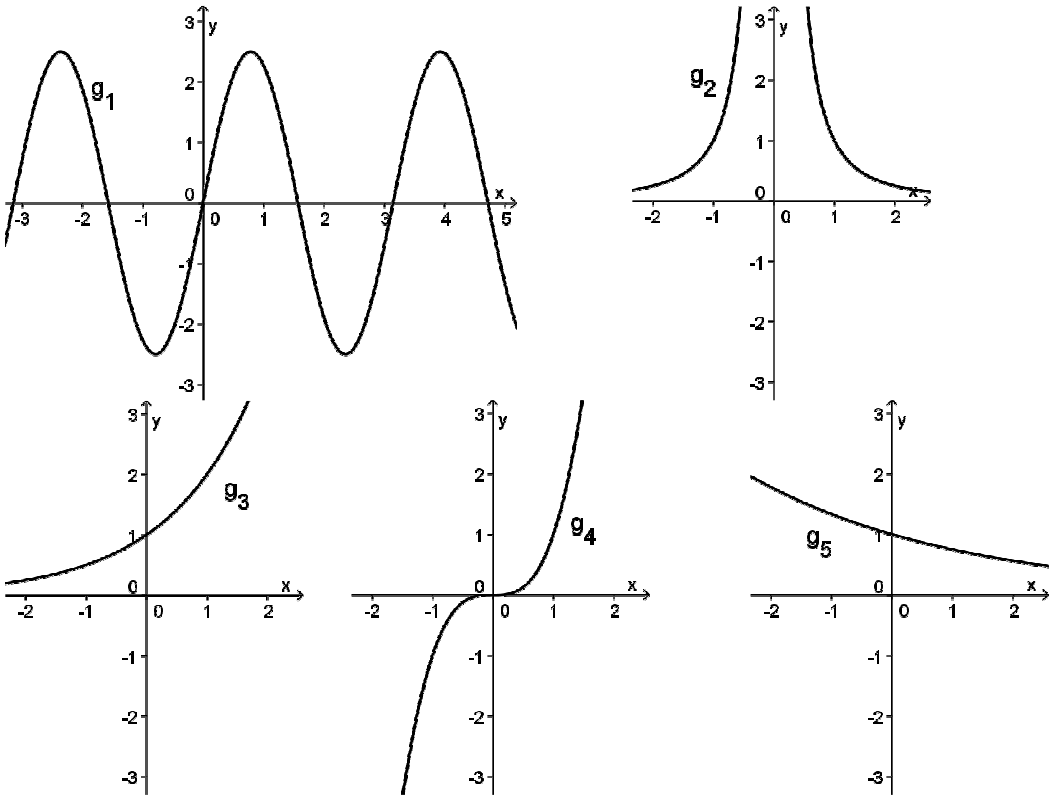
Aufgabenstellung:

Wie lauten die Koordinaten der Spitze S?

S = (……|……|……)

B215 **Funktionstypen**

Gegeben sind die Graphen verschiedener Funktionen.



Aufgabenstellung:

Jeder Graph passt zu einem der drei in der Tabelle angegebenen Funktionstypen.
Kreuzen Sie für jeden der fünf Graphen an, zu welchem der drei Funktionstypen er passt!

	$f(x) = a \cdot x^z + b$ $a, b \in \mathbb{R},\ z \in \mathbb{Z}$	$f(x) = a \cdot b^x$ $a \in \mathbb{R},\ b \in \mathbb{R}^+$	$f(x) = a \cdot \sin(b \cdot x + c)$ $a, b, c \in \mathbb{R}$
g_1	○	○	○
g_2	○	○	○
g_3	○	○	○
g_4	○	○	○
g_5	○	○	○

B216 Bakterienwachstum

Die Anzahl $B(t)$ der Bakterien einer Bakterienkultur wächst stündlich um einen konstanten Prozentsatz p. Man kann diesen Prozess durch eine Funktion mit

$$B(t) = B(0) \cdot a^t \qquad (a \in \mathbb{R}^+)$$

beschreiben (t in Stunden).

Aufgabenstellung:

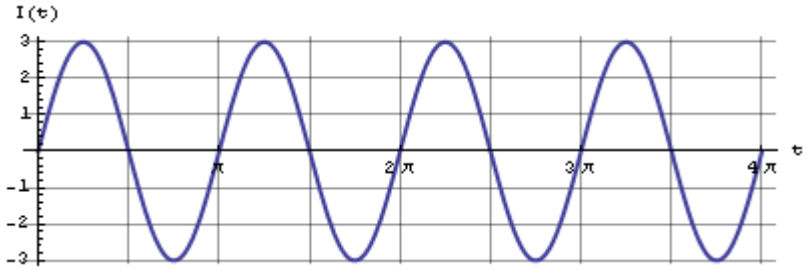
Wie hängen a und p zusammen?

B217 Wechselstrom

Der zeitliche Verlauf der Stromstärke *I(t)* mit

$$I(t) = I_0 \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

ist in der folgenden Graphik dargestellt (*I* in Ampere, *t* in Sekunden):



Aufgabenstellung:

Lesen Sie aus der Graphik den Scheitelwert I_0 der Stromstärke und den Wert der Kreisfrequenz ω ab!

I_0 = …… ω = ……

B218 Änderungsmaße ermitteln

Gegeben ist die Funktion $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}\colon f(x) = x^2 + 1$.

Aufgabenstellung:

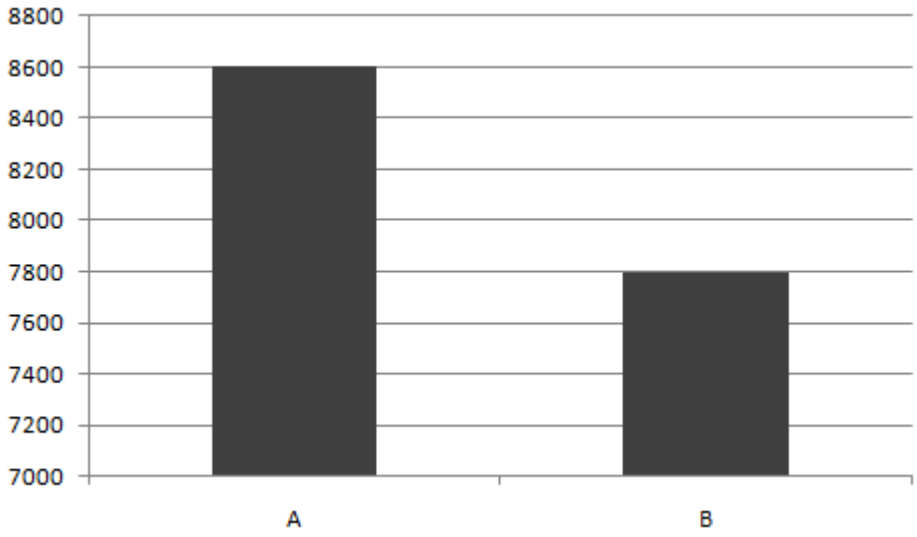
Bestimmen Sie die folgenden Änderungsmaße der Funktion f:

Die absolute Änderung der Funktion f im Intervall [0; 2] beträgt: .....

Der Differenzenquotient der Funktion f im Intervall [0; 2] beträgt: .....

B219 Manipulation Urlaubsgäste

In einem Ferienort A zählte man in der letzten Saison 8600 Gäste, im Ferienort B hingegen 7800. Das abgebildete Stabdiagramm veranschaulicht die Anzahl der Gäste in beiden Ferienorten.



Aufgabenstellung:

Zeichnen Sie ein Stabdiagramm, das den Unterschied in der Gästezahl der beiden Ferienorte deutlich geringer erscheinen lässt!

B220 Brillenträger(innen)

Die folgende Tabelle enthält Informationen über Geschlecht und Sehvermögen einer Gruppe von 200 Personen:

	Männer	Frauen	Summe
Brille	40	25	65
keine Brille	100	35	135
Summe	140	60	200

Aufgabenstellung:

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig ausgewählte Person mit Brille ein Mann ist?

P (Mann | Brille) = ……..

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewählter Mann Brillenträger ist?

P (Brille | Mann) = ……

Die folgenden drei Aufgaben sind vom Typ 2.

Streichen Sie eine dieser drei Aufgaben.

Bearbeiten Sie die beiden übrigen Aufgaben ausführlich!

B291 [Wahlaufgabe] Sinusfunktion

Gegeben ist die Funktion mit der Gleichung $f(x) = a \cdot \sin(b \cdot x + c)$

Aufgabenstellung:

Beschreiben Sie, wo die Parameter a, b und c im Graphen der Funktion erkennbar sind!
Erläutern Sie, welche Auswirkungen die Änderung dieser Parameter auf den Graphen haben!
(Verwenden Sie auch Skizzen zur Illustration Ihrer Aussagen!) [8 Punkte]

B292 [Wahlaufgabe] Radiocarbonmethode

Jemand hat aus dem Internet folgende Informationsteile zur Radiocarbonmethode kopiert:

A	**Radiokohlenstoffdatierung** (*^{14}C-Methode; Radiocarbonmethode):* Verfahren zur Datierung von kohlenstoffhaltigen, insbesondere organischen Materialien. Das Verfahren beruht auf dem radioaktiven Zerfall des Kohlenstoff-Isotops ^{14}C und wird in der archäologischen Altersbestimmung angewandt.
B	In der Natur kommen drei Isotope des Kohlenstoffs vor: ^{12}C, ^{13}C, ^{14}C. In der Luft beträgt der Anteil am Gesamtkohlenstoffgehalt für ^{12}C etwa 98,89 %, für ^{14}C 0,000 000 000 1% (=10^{-10} %). Auf 10^{12} (1 Billion) ^{12}C-Kerne kommt so statistisch nur ein einziger ^{14}C-Kern. Da Lebewesen bei ihrem Stoffwechsel ständig Kohlenstoff mit der Atmosphäre austauschen, stellt sich in lebenden Organismen dasselbe Verteilungsverhältnis der drei Kohlenstoff-Isotope ein, wie es in der Atmosphäre vorliegt. Wird dieser Austausch unterbrochen, ändert sich das Verhältnis zwischen ^{14}C und ^{12}C, weil die zerfallenden ^{14}C-Kerne nicht mehr durch neue ersetzt werden. Es gilt das Zerfallsgesetz: $\left(\frac{^{14}C}{^{12}C}\right) = \left(\frac{^{14}C}{^{12}C}\right)_{Luft} \cdot e^{-\lambda_{14} \cdot t}$ mit $\lambda_{14} = 1{,}21 \cdot 10^{-4}$ pro Jahr Der hierfür entscheidende Startzeitpunkt ist das Ende des Stoffaustauschs mit der Atmosphäre, also der Tod des Lebewesens. So ist das Verhältnis zwischen ^{14}C und ^{12}C eines organischen Materials ein Maß für die Zeit, die seit dem Tod eines Lebewesens – beispielsweise dem Fällen eines Baums – vergangen ist. Mithin ist es ein Maß für das Alter des Materials.
C	Die Radiokohlenstoffdatierung ist somit die Messung des Verhältnisses der Mengen der Kohlenstoff-Isotope ^{14}C zu ^{12}C einer Probe sowie eines Standards, der das Verhältnis zu Beginn des Alterungsprozesses repräsentiert. Der ^{14}C-Gehalt einer Probe kann durch Zählung der noch vorhandenen ^{14}C-Kerne bestimmt werden.
D	Während ^{12}C und ^{13}C stabil sind, zerfällt ^{14}C mit einer Halbwertszeit von 5730 Jahren.
E	Radioaktiver Zerfall ist kein deterministischer Prozess. Der Zerfallszeitpunkt des einzelnen Atomkerns ist völlig zufällig. Die Zerfallswahrscheinlichkeit kann durch die Halbwertszeit ausgedrückt werden. Die Halbwertszeit ist der Zeitraum, nach dem durchschnittlich die Hälfte der instabilen Atomkerne einer Anfangsmenge zerfallen ist.
F	Die nach einer Halbwertszeit verbliebene Menge einer Substanz halbiert sich im Lauf der nächsten Halbwertszeit, d. h. es verbleibt nach 3 Halbwertszeiten $^1/_8$, nach 10 Halbwertszeiten etwa $^1/_{1000}$.
G	$N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$ mit $\lambda = \frac{\ln(2)}{T_{1/2}}$

Aufgabenstellungen:

a) Das Zerfallsgesetz wird in den Abschnitten B und G durch Formeln beschrieben. Mit welcher Funktion wird hier modelliert? – Welche charakteristische Eigenschaft wird dabei verwendet und in welchem Abschnitt wird sie angesprochen? [2 Punkte]

b) Zeigen Sie, dass die Informationen in den Abschnitten D und G benutzt werden können, um den im Abschnitt B angegebenen Wert für λ_{14} zu berechnen! [2 Punkte]

c) Erklären Sie die im Abschnitt F angegebenen Zahlenwerte $^1/_8$ und $^1/_{1000}$! [2 Punkte]

d) Formulieren Sie den Sachverhalt, der in Abschnitt E beschrieben ist, als Wahrscheinlichkeit für ein einzelnes Teilchen! [2 Punkte]

B293 [Wahlaufgabe] Nettojahreseinkommen

Die folgende Tabelle veranschaulicht die Verteilung der Nettojahreseinkommen der 2008 in Österreich unselbständig Erwerbstätigen (ohne Lehrlinge), das sind insgesamt 3,856.469 Personen.

	Verteilungsmaße des Nettojahreseinkommens der im Jahre 2008 in Österreich unselbständig Erwerbstätigen					
	10%	25%	50%	75%	90%	arithm. Mittel
	… der unselbständig Erwerbstätigen hatten 2008 ein Nettojahreseinkommen von weniger als …. Euro					
Frauen	1.724	6.491	14.009	20.541	28.175	14.979
Männer	3.403	13.629	21.066	28.926	40.578	23.337
Insgesamt	2.317	9.151	17.759	25.277	34.932	19.421

Quelle: Statistik Austria

Aufgabenstellungen:

a) Ermitteln Sie die Anzahl der im Jahre 2008 in Österreich unselbständig erwerbstätigen Frauen bzw. Männer! [2 Punkte]

b) Das arithmetische Mittel der Nettoeinkommen ist bei den Frauen wie auch bei den Männern (deutlich) höher als der jeweilige Median. Woran liegt dies? [1 Punkt]

c) Erstellen Sie ein Diagramm mit einem Kastenschaubild für die Einkommensverteilung bei den Frauen und einem Kastenschaubild für die Einkommensverteilung bei den Männern! [2 Punkte]
(*Hinweis:* Der „dichte Bereich“ umfasst die mittleren 80% der Daten, auf eine Darstellung der jeweils 10% „Ausreißer“ wird verzichtet.)

d) Vergleichen Sie anhand der in c) erstellten Kastenschaubilder die Einkommensverteilung der Frauen mit jener der Männer! (Formulieren Sie entsprechende Aussagen!) [3 Punkte]